1 Васильченко Анатолий
621 группа

5 5 5-

1

№ 1

Найти все гл. т. функции
$F(x,y) = -x^2 + xy + y^2 - x - y \quad x, y \in [0,1]$

$F'_x = -2x + y - 1$
$F'_y = x + 2y - 1$

$\begin{cases} (-2x+y-1)(x-0)(x-1) = 0 \\ (x+2y-1)(y-0)(y-1) = 0 \end{cases}$

$-2x+y-1 = 0$
$y = 2x+1 \quad 2x = y-1$

$x+2y-1 = 0$
$x = 1-2y \quad 2y = 1-x$

$x = 0 \quad x = 0 \quad x = 0$
$y = 0 \quad y = 1 \quad y = \frac{1}{2}$

$x = 1 \quad x = 1 \quad x = 1$
$y = 0 \quad y = 1 \quad y = 0$

$y = 0 \quad y = 1$
$x = -\frac{1}{2} \quad x = 0$
$\notin [0,1]$

$\begin{cases} y = 2x+1 \\ x = 1-2y \end{cases} \rightarrow y = 2(1-2y)+1$
$y = 2 - 4y + 1$
$5y = 3$
$y = \frac{3}{5} \quad x = 1 - \frac{6}{5} = -\frac{1}{5}$

$\notin [0,1]$
$+0$
$V_1$
$\begin{cases} x = -\frac{1}{5} \\ y = \frac{3}{5} \end{cases}$

Ошибка: x, y - спутаны местами

$x_i \in \{0, 1\}$
$y_i \in \{0, 1, \frac{1}{2}\}$

Построим матрицу

| $x_i$ / $y_i$ | $F(x_i, y_i)$ |
|---|---|

| x / y | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | -2 |
| $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | $-\frac{3}{4}$ |
| 1 | 0 | -1 |

$\begin{bmatrix} 0^* & -2 \\ -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ 0^* & -1 \end{bmatrix}$

единственный кандидат в гл. т $F(x,y)$

$F(x,y)$ – квадратн. ур. по $x$ и квадр. уравн. по $y$

$F(x,y)$ – выпукло-вогнута $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ по т. Фон-Неймана седловая точка у $F(x,y)$ – ∃

↑ а т.к. у нас единственный кандидат $\Rightarrow$ это и есть седл. точка

**Ответ:**

$F = -1$ – цена игры

$x = 1$, $y = 1$ } – седл. т.

**№ 2**

Найти 1 решение в смеш. стратег. в игре

$$\left[\begin{array}{c|cccccc} p & 6 & 1 & 3 & 0 & 4 & 3 \\ 1-p & 1 & 2 & 1 & 2 & 5 & 2 \end{array}\right]$$

~~1 2 1 0 1 0~~

строка 3 доминируется строкой 2 $\Rightarrow$ вычёрк стр. 3

$l_1$: $y = 6p + (1-p)\cdot 1 = 5p + 1$

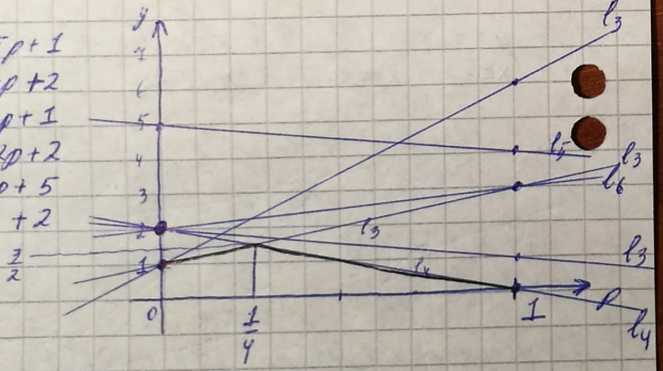
$l_2$: $y = 1\cdot p + 2\cdot(1-p) = -p + 2$

$l_3$: $y = 3\cdot p + 1\cdot(1-p) = 2p + 1$

$l_4$: $y = 0\cdot p + 2\cdot(1-p) = -2p + 2$

$l_5$: $y = 4\cdot p + 5\cdot(1-p) = -p + 5$

$l_6$: $y = 3\cdot p + 2\cdot(1-p) = p + 2$




$l_3 \times l_4$:

$-2p + 2 = 2p + 1$

$1 = 4p$

$p_0 = \frac{1}{4}$

$y_3\left(\frac{1}{4}\right) = 2\cdot\frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{2}$

$l_3 = 2$

$l_4 = -2$

$2\cdot q + (-2)(1-q) = 0$

$2q + 2q = 2$

$4q = 2 \quad q_0 = \frac{1}{2}$



**№ 2 (продолжение)**

~~$p$: $(0, 0, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 0, 0)$~~ $V = \frac{3}{2}$

~~$q$: $(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, 0, 0)$~~

$p = (\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$

$q = (0, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, 0)$

**Ответ:** $V = \frac{3}{2}$ – цена игры.

$p = (\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 0)$

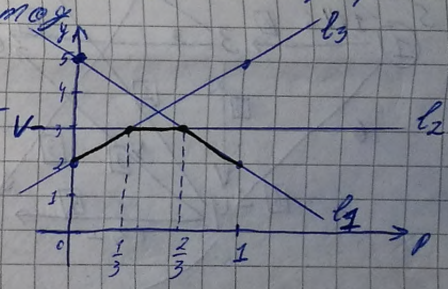
$q = (0, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, 0)$

**№ 3**

Найти все о.с.с. 1-го игр. в игре

$$\left[\begin{array}{c|ccc} p & 2 & 3 & 5 \\ 1-p & 5 & 3 & 2 \end{array}\right]$$

Буду использовать графич. метод




$l_1$: $y = 2p + 5(1-p) = -3p + 5$

$l_2$: $y = 3p + 3(1-p) = 3$

$l_3$: $y = 5p + 2(1-p) = 3p + 2$

$l_2 = l_3$:

$3p + 2 = 3$

$3p = 1 \quad p = \frac{1}{3}$

$l_2 = l_1$:

$-3p + 5 = 3$

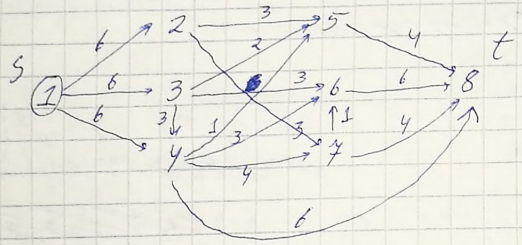
$2 = 3p \quad p = \frac{2}{3}$

**Ответ:** Страт. 1-го игр: $(p, 1-p)$, где $p \in [\frac{1}{3}; \frac{2}{3}]$

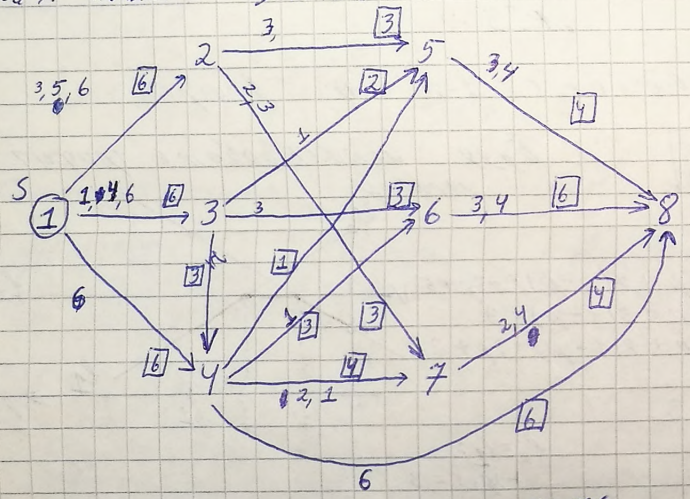
Цена игры $V = 3$

## №4 +

G:

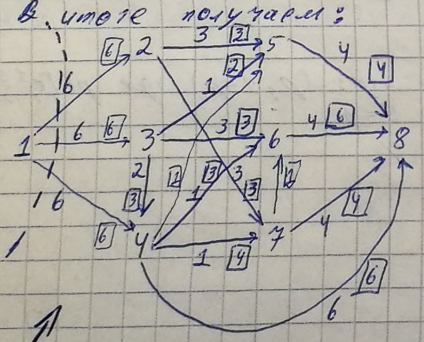



Найти максим. поток в G с пред. ф-ой.
Нач. поток - нулевой




| путь | Δ |
|---|---|
| 1-2-5-8 | 3 |
| [illegible] | [illegible] |
| 1-4-8 | 6 |
| 1-3-5-8 | 1 |
| 1-3-6-8 | 3 |
| 1-3-4-7-8 | 2 |
| 1-2-7-8 | 2 |
| 1-2-7←4-6-8 | 1 |

В итоге получаем:






Василенко Анатолий

№4 (продолжение)

Миним. разрез $V = \{1\}$ — из 1 вершины.

↑

Это миним. разр. т.к. общая пропускная способность вых. дуг из $V = 6+6+6 = 18$, а пропущенный [illegible] через него максим. поток $= 6+6+6 = 18$, т.к. они равны => по теореме $V$ — действит. миним. разрез

Ответ: Макс. поток отдельно написан на предыд. странице. Миним. разрез $V = \{1\}$

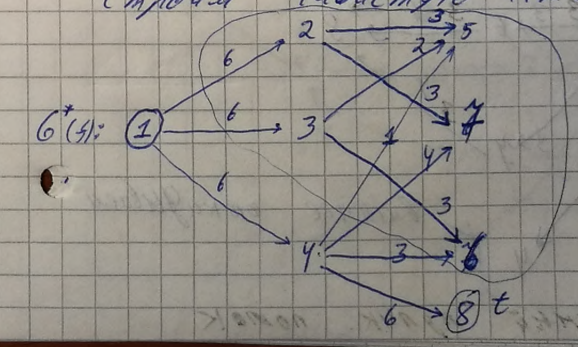
## №5 +

Построить максим. поток при помощи алгоритма Карзанова.
Нач. поток - 0

На 1-м шаге $G(f)$ - это исходная G [illegible]

Прямой путь в [illegible] $G(f)$ $s \to t$ 3, напр. 1-2-5-8.

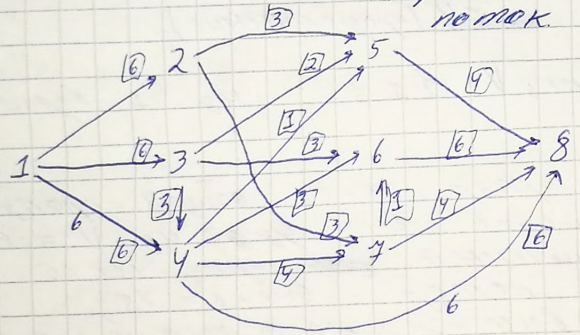
Строим слоистую сеть:




вычёркиваем висячие вершины.

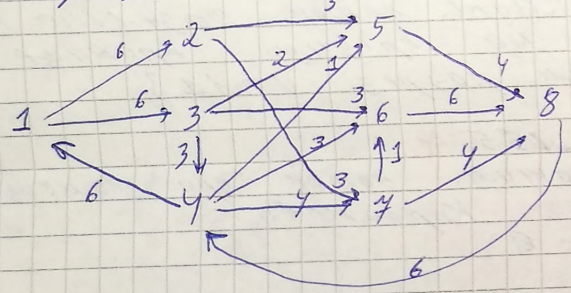
6 $G(f)$: $1 \xrightarrow{6} 4 \xrightarrow{6} 8$

нарисован пучковый поток

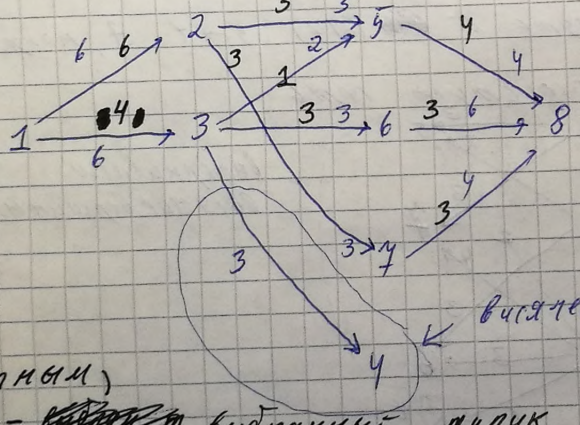


6:

2-я итерация: Остаточная сеть:



Слоистая сеть:



вычтем откидываем.

чёрным)

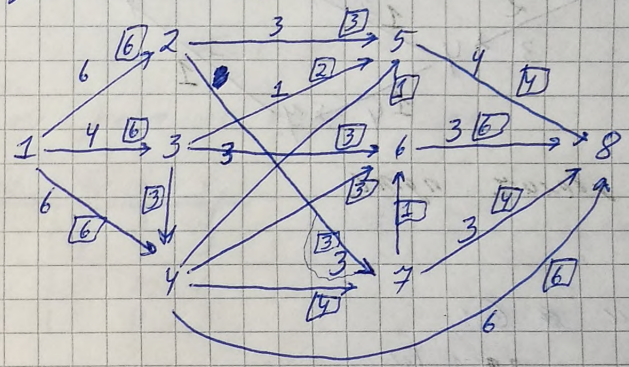
4 - выбранный пучк. поток



Василенко Леонид 621 группа.

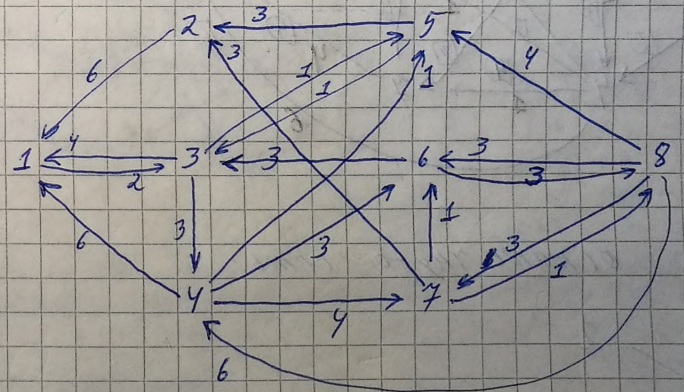
№5 (продолжение)

По пучк. потоку 6:

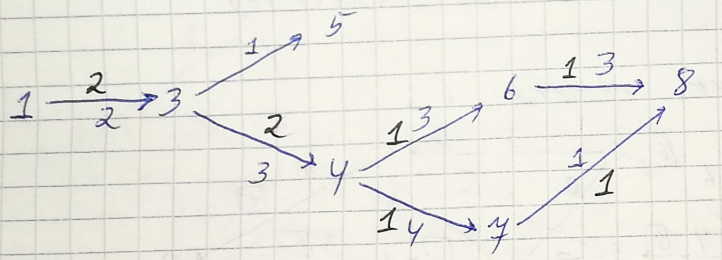


3-я итерация:

Остаточная сеть:

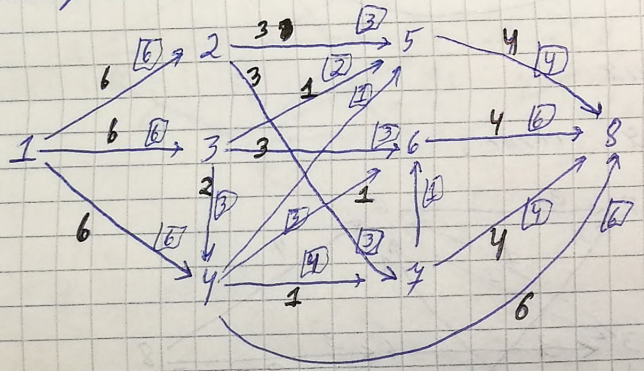


Слоистая сеть

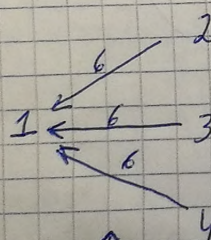


чёрным - увелич. путь

Построим № 6:



Строим остаточную сеть:



... очевидно, что нету ⇒ прямого пути $S \to t$ ⇒ Stop!



Васильченко Анатолий
621 группа

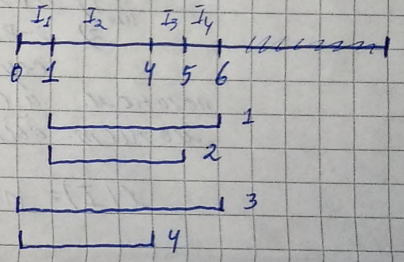
№5 (продолжение)

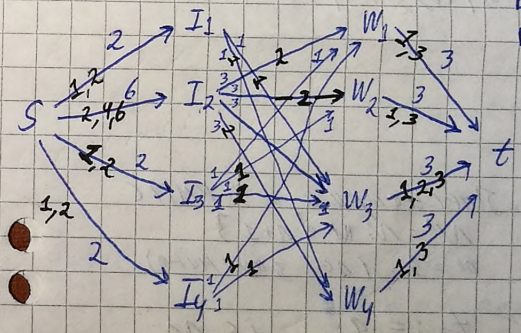
Ответ: см. последнюю не построенную 6 и рёбер.

№6 +

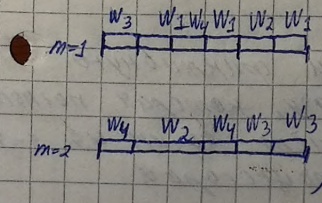
Найти расп. с опер. $m=2$

| Раб. | $b_i$ | $S_i$ | $t_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 6 | 3 |
| 2 | 1 | 5 | 3 |
| 3 | 0 | 6 | 3 |
| 4 | 0 | 4 | 3 |





Макс. поток помечен. чёрн.
Строим расписание:



Ответ: расписание

Алгоритм Ф. Ф.

| путь | Δ |
|---|---|
| $S \to I_4 \to W_3 - t$ | 1 |
| $S \to I_4 \to W_1 - t$ | 1 |
| $S \to I_1 \to W_3 - t$ | 1 |
| $S \to I_1 \to W_4 - t$ | 1 |
| $S \to I_2 \to W_4 - t$ | 2 |
| $S \to I_3 \to W_3 \to t$ | 1 |
| $S \to I_3 \to W_2 \to t$ | 1 |
| $S \to I_2 \to W_2 \to t$ | 2 |
| $S \to I_2 \to W_3 \to t$ | 2 |

## №7 +

3-РМПС:
$N = \{1, \dots, n\}$
$m = 3$
$t_i$ – длит., $i \in N$
$T$ – фиктивн. срок.

∃? допустимое расписание без прерываний.?

3-РМПС $\in$ NPC-?

1) 3-РМПС $\in$ NP, т.к. ∃ полиномиальный проверяющий алгоритм.

↑
1) можно указать самому
или 2) 3-РМПС – является частным случаем РМПС $\Rightarrow$ проверяющ. полином. алгоритм для РМПС может быть использ. для 3-РМПС

$l(I) = |\text{код}\lceil \log_2 T \rceil$  $M(I) = T$

Пазл $\in$ NPC. +

Пазл $\mapsto$ 3-РМПС.

$a_1, \dots, a_n$
$N = \{1, \dots, n\}$

$B = \sum_{i \in N} a_i$ – чётн.

∃! разд. $N_1, N_2$: $= \frac{B}{2}$

$l = n \cdot \lceil \log_2 (\max a_i) \rceil$

Рассмотрим 3-РМПС
$N' = N \cup \{n+1\}$
$m = 3$ (по заданию)

$t_i := a_i$, $i \in N$

$t_{n+1} = \frac{B}{2}$,

$T = \frac{B}{2}$

↑
т.е. вводим фиктивную задачу, которая полностью займёт один из 3-х процессоров.



Василенко Анатолий
621

## №7 (продолж.)

Осталось показ. однозн.

1) ∃ Пазл – „да" $\Rightarrow$ РМПС – „да"

$N = N_1 \cup N_2$ ; $N_1 \cap N_2 = \emptyset$
↑ на 1 проц. на 2 проц.

$\sum_{i \in N_1} a_i = \sum_{i \in N_2} a_i = \frac{B}{2}$

2) ∃ Пазл – „нет" $\Rightarrow$ РМПС – „нет"

$\sum_{i \in N_1} a_i \neq \frac{B}{2}$
↑ мы выйдем за рамки на 1 из проц.

## №9 +

РМПСО – n работ, m-проц. $t_i$ – длит.
найти оптим. расписание без прер.

1) РМПСО $\in$ NPH-?

РМП $\Rightarrow_T$ РМПСО
↑
выдаём решение (расписание работ)
если реш. $\Rightarrow$ РМП – „да"
нет реш. $\Rightarrow$ РМП – „нет"
↑
это по Тьюрингу

12.

2) РМПСО $\in$ NPE - ?

РМПСО $\Rightarrow_T$ ДРМПС $\Rightarrow_T$ РМПС.

достаточно перебирать работы и постоянно спрашивать ДРМПС. можно ли будет достроить маршрут

A(A, m, $t_i$, начало расписан)

↑ "да" / "нет"

в зависим. от того можно ли достроить расписание.

$\in$ NP

$\in$ NPC (доказ. на лекц. через сводим. Лазо → РМПС)

следует из

будет $\leq N \cdot N$ запусков ДРМПС

№ 28 +

УК: $N = 1, \dots, n$ - предм. $V_i$ - объёмы $K$ - конт. объём $V$

а) УК $\in$ NPCS

б) УК $\in$ NPCS, если $K = const$

↑ через $\Rightarrow_{п/п}$

M(A) = K

а)

б) M(I) = V

1), 2), 3), 4) } из NPC т.к

P(I), M(I) - полиномы

Тут я писал фигню, лишь бы что-то написать, времени у меня совсем не осталось